



**XI SEPOPE**  
17 a 20 de Março 2009  
March – 17<sup>th</sup> to 20<sup>th</sup> – 2009  
BELÉM (PA) - BRASIL

## **XI SIMPÓSIO DE ESPECIALISTAS EM PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO E EXPANSÃO ELÉTRICA**

**XI SYMPOSIUM OF SPECIALISTS IN ELECTRIC OPERATIONAL  
AND EXPANSION PLANNING**

### **Uma Formulação Híbrida Trifásica x Monofásica para o Fluxo de Potência**

**José Mauro T. Marinho \***  
**PETROBRAS/CENPES**  
**Brasil**

**Glauco N. Taranto**  
**COPPE/UFRJ**  
**Brasil**

#### SUMÁRIO

Neste artigo, é desenvolvida uma formulação para o problema de fluxo de potência que permite limitar a modelagem trifásica a um ou mais subsistemas elétricos, onde o desbalanço é significativo ou de interesse, segundo o conceito de ilhas elétricas desbalanceadas. O subsistema restante permanece com modelagem de seqüência positiva. Uma interface passiva entre os dois subsistemas é proposta, e se baseia no princípio de equivalentes externos para as redes de seqüência negativa e zero. Esta interface é desenvolvida para um elemento  $\pi$  trifásico, o qual pode representar linhas de transmissão ou transformadores.

Inicialmente, a interface é desenvolvida para equivalentes externos ideais, correspondendo à situação de desbalanço nulo de tensão na barra de fronteira do subsistema com modelagem de seqüência positiva. Esta hipótese é aplicável quando o desbalanço nesta barra de interface é assumido pequeno, ou quando dados trifásicos não estão disponíveis. Neste caso, a solução será aproximada, com erro proporcional ao desbalanço existente na interface. Posteriormente, a interface é estendida para incluir impedâncias equivalentes, o que resulta em solução exata para o subsistema trifásico, e exata em valores de seqüência positiva para o subsistema restante.

A solução do fluxo de potência é baseada no método de Newton-Raphson pleno, e simultânea nos dois subsistemas elétricos, o que torna a formulação proposta aplicável também em estudos de estabilidade transitória de curto e longo prazo. Modelagem em componentes de fase é empregada, o que torna a formulação proposta conveniente para análise de sistemas de distribuição acoplados aos sistemas de subtransmissão e transmissão.

Resultados de testes em sistema de grande porte mostram que a formulação proposta é tão robusta quanto as formulações de seqüência positiva ou trifásica completa, não se introduzindo nenhuma penalização na convergência do método de Newton-Raphson.

Destaca-se que o aumento observado da geração distribuída conectada à rede de distribuição motiva a utilização de algoritmos como o apresentado nesse artigo.

#### PALAVRAS-CHAVE

Fluxo de Potência Trifásico, Redes de Seqüência, Equivalentes de Redes.

\* CENPES – Av. Horácio Macedo, 950 – Cidade Universitária, Ilha do Fundão, Rio de Janeiro, RJ  
e-mail: jmtmarinho@petrobras.com.br

## 1. Introdução

No estudo de fluxo de potência, a formulação monofásica equivalente com modelos de seqüência positiva é normalmente utilizada em sistemas onde o efeito do desbalanço pode ser desprezado. Esta hipótese é praticamente verdadeira para os sistemas de transmissão e subtransmissão operando em condições normais, exceto para algumas linhas de transmissão em EAT não transpostas. Entretanto, nos sistemas de distribuição esta hipótese nem sempre pode ser aplicada com margem de erro aceitável, sendo comum a existência de assimetrias nos circuitos e desbalanços de carga. Neste caso, são requeridos modelos trifásicos completos da rede elétrica e da carga. A análise de algumas condições anormais de operação, tais como defeitos série ou abertura monopolar de disjuntores também pode requerer modelagem trifásica do sistema elétrico.

A maioria dos algoritmos de fluxo de potência em uso na atualidade, aplicando modelagem de seqüência positiva, é baseada no método de Newton-Raphson pleno [1] e suas variações desacopladas [2]. Diversos algoritmos aplicando modelagem trifásica foram desenvolvidos, alguns destes também baseados no método de Newton-Raphson, motivados por sua excelente característica de convergência. Numa outra categoria estão os algoritmos orientados para sistemas de distribuição, possuindo em geral configuração radial. Em qualquer caso, uma modelagem trifásica de toda a rede elétrica é requerida. Para sistemas de distribuição, a abordagem mais comum é iniciar a modelagem a partir da barra secundária do transformador abaixador da subestação de distribuição. Esta barra é tomada como barra de folga, e cuja tensão é considerada perfeitamente balanceada e num valor pré-especificado para o perfil de carga, e sem considerar o efeito do sistema de subtransmissão.

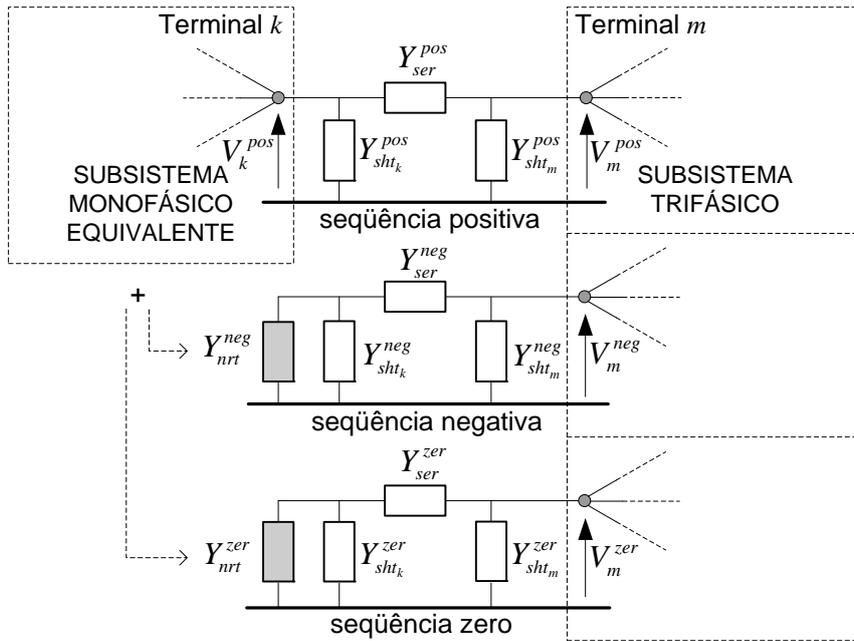
Este artigo apresenta o desenvolvimento de uma formulação para o problema de fluxo de potência que permite limitar a modelagem trifásica a um ou mais subsistemas elétricos, onde o desbalanço é significativo ou de interesse, segundo o conceito de ilhas elétricas desbalanceadas. O subsistema restante permanece com modelagem de seqüência positiva. Uma interface passiva entre os dois subsistemas é proposta, e se baseia no princípio de equivalentes externos para as redes de seqüência negativa e zero. Esta interface é desenvolvida para um elemento  $\pi$  trifásico, o qual pode representar linhas de transmissão ou transformadores. Um ou mais pontos de interface entre os dois subsistemas podem ser representados.

## 2. Interface de Rede Trifásica $\times$ Seqüência Positiva Empregando Componentes Simétricos

Uma interface entre redes de seqüência positiva e redes trifásicas representadas em componentes simétricos é bastante trivial, como ilustra a Fig. 1. O elemento  $\pi$  de interface tem representação trifásica, com a sua barra terminal  $k$  acoplada somente na seqüência positiva e sua barra terminal  $m$  acoplada nas três redes de seqüência.

Presumivelmente, somente fontes de seqüência positiva e elementos de circuito balanceados estão presentes no subsistema onde a modelagem monofásica equivalente será aplicada. Correntes e potência de seqüência positiva fluem entre as duas redes, enquanto que correntes e potência de seqüências negativa e zero fluem através das admitâncias equivalentes Norton  $Y_{nrt}^{neg}$  e  $Y_{nrt}^{zer}$ , respectivamente, no lado monofásico equivalente. Note que os nós de seqüência negativa e zero não são retidos na barra  $k$ , e as admitâncias equivalentes devem ser combinadas com as admitâncias de seqüência negativa e zero do elemento  $\pi$  e conectadas como elementos shunt equivalentes na barra  $m$ .

Se as admitâncias equivalentes  $Y_{nrt}^{neg}$  e  $Y_{nrt}^{zer}$  forem conhecidas e aplicadas na interface, a solução será exata na rede trifásica e exata em valores de seqüência positiva na rede monofásica equivalente. Se os desbalanços de tensão na interface são pequenos, ou ainda se as admitâncias equivalentes não forem conhecidas, então uma hipótese razoável consiste em considerar valores infinitos para  $Y_{nrt}^{neg}$  e  $Y_{nrt}^{zer}$ . Isto é equivalente a assumir que a tensão na barra  $k$  é perfeitamente balanceada, ou que qualquer desbalanço de corrente na admitância série do elemento  $\pi$  flui pela rede monofásica equivalente sem provocar nenhum desbalanço de tensão até a barra  $k$ .

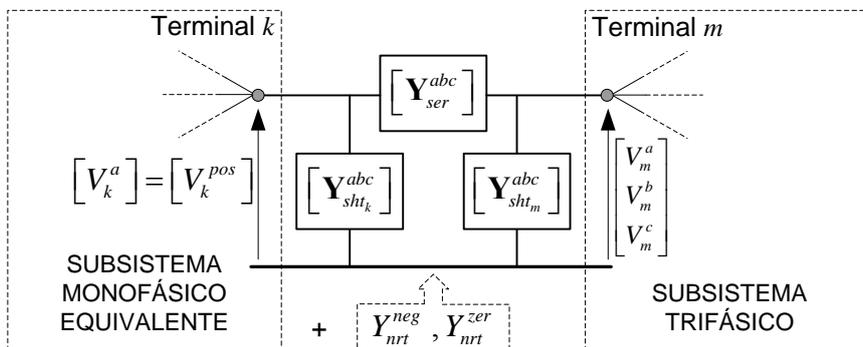


**Figura 1 – Interface de Rede para Componentes Simétricos**

A solução desta formulação será facilitada se os elementos da rede trifásica forem perfeitamente balanceados, resultando em três matrizes  $\mathbf{Y}_{barra}$  desacopladas, e com dimensões reduzidas nas redes de seqüência negativa e zero. Na presença de elementos desbalanceados, há um método proposto por \cite{zhang\_94} que desacopla as redes de seqüência por compensação com injeções nas barras terminais. No entanto, a aplicação deste método em sistemas de distribuição, onde praticamente todos os alimentadores são não transpostos, se torna difícil.

### 3. Interface de Rede Trifásica × Seqüência Positiva Empregando Componentes de Fase

O conceito ilustrado na Fig. 1 será agora estendido para redes trifásicas representadas em componentes de fase, como ilustra a Fig. 2. Em componentes de fase, os elementos da rede trifásica tem suas admitâncias acopladas entre fases, formando blocos  $3 \times 3$  na matriz  $\mathbf{Y}_{barra}$  e blocos  $6 \times 6$  na matriz jacobiana. Na representação monofásica equivalente, estes blocos têm dimensões  $1 \times 1$  e  $2 \times 2$ , respectivamente.



**Figura 2 – Interface de Rede para Componentes de Fase**

Inicialmente será apresentada a formulação considerando equações de corrente e coordenadas retangulares de tensão, assumindo ainda que a tensão na barra  $k$  é perfeitamente balanceada. De acordo com o que foi dito na Seção 2, isto é equivalente a assumir que  $\mathbf{Y}_{nrt}^{neg}$  e  $\mathbf{Y}_{nrt}^{zer}$  são infinitos, significando que a barra  $k$  está aterrada para as redes de seqüência negativa e zero. A Seção 3.3 irá

desenvolver a formulação com equações de potência, enquanto que a Seção 4 irá mostrar como incluir os efeitos de  $Y_{nrt}^{neg}$  e  $Y_{nrt}^{zer}$  com valores conhecidos e finitos.

### 3.1. Contribuições para a Matriz Admitância de Barras

Considerando uma representação trifásica para toda a rede elétrica, as injeções de corrente nas barras  $k$  e  $m$ , na forma matricial complexa, são dadas por:

$$\mathbf{I}_k^{abc} = +(\mathbf{Y}_{sht_k}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc})\mathbf{V}_k^{abc} - \mathbf{Y}_{ser}^{abc}\mathbf{V}_m^{abc} \quad (1)$$

$$\mathbf{I}_m^{abc} = -\mathbf{Y}_{ser}^{abc}\mathbf{V}_k^{abc} + (\mathbf{Y}_{sht_m}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc})\mathbf{V}_m^{abc} \quad (2)$$

onde os termos  $\mathbf{Y}_{sht}^{abc}$  e  $\mathbf{Y}_{ser}^{abc}$  são as contribuições do elemento  $\pi$  para a matriz  $\mathbf{Y}_{barra}$ .

Assumindo inicialmente que a tensão na barra  $k$  é perfeitamente balanceada, somente a tensão de seqüência positiva precisa ser calculada no lado monofásico equivalente. Neste lado, somente a corrente de seqüência positiva  $I_k^{pos}$  será injetada. Note que esta aproximação não introduz nenhum erro na potência injetada pelo elemento  $\pi$  na barra  $k$ , uma vez que para  $V_k^{neg} = V_k^{zer} = 0$ , somente  $I_k^{pos}$  é responsável pela potência injetada.

Correntes e tensões na barra  $k$ , em componentes simétricos e de fase, são relacionados por:

$$\mathbf{V}_k^{abc} = \mathbf{T}_1 V_k^{pos} \quad (3)$$

$$I_k^{pos} = \mathbf{T}_2 \mathbf{I}_k^{abc} \quad (4)$$

onde

$$\mathbf{T}_1 = [1 \quad a^2 \quad a]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{T}_2 = \frac{1}{3} [1 \quad a \quad a^2] \quad , \quad a = e^{j120^\circ} \quad (6)$$

Substituindo (3) em (1) e (2), e injetando somente a corrente de seqüência positiva (4) na barra  $k$ , (1) e (2) se tornam:

$$I_k^{pos} = +\mathbf{T}_2 (\mathbf{Y}_{sht_k}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{T}_1 V_k^{pos} - \mathbf{T}_2 \mathbf{Y}_{ser}^{abc} \mathbf{V}_m^{abc} \quad (7)$$

$$\mathbf{I}_m^{abc} = -\mathbf{Y}_{ser}^{abc} \mathbf{T}_1 V_k^{pos} + (\mathbf{Y}_{sht_m}^{abc} + \mathbf{Y}_{ser}^{abc}) \mathbf{V}_m^{abc} \quad (8)$$

A Fig. 3a ilustra as contribuições do elemento  $\pi$  para a matriz  $\mathbf{Y}_{barra}$  no caso de representação trifásica de toda a rede, enquanto que a Fig. 3b ilustra as contribuições para uma representação híbrida monofásica  $\times$  trifásica. Note que neste caso, as alterações consistem em aplicar admitâncias de seqüência positiva na diagonal correspondente à barra  $k$ , e blocos retangulares  $1 \times 3$  e  $3 \times 1$  fazem o acoplamento entre a barra monofásica equivalente  $k$  e a barra trifásica  $m$ .

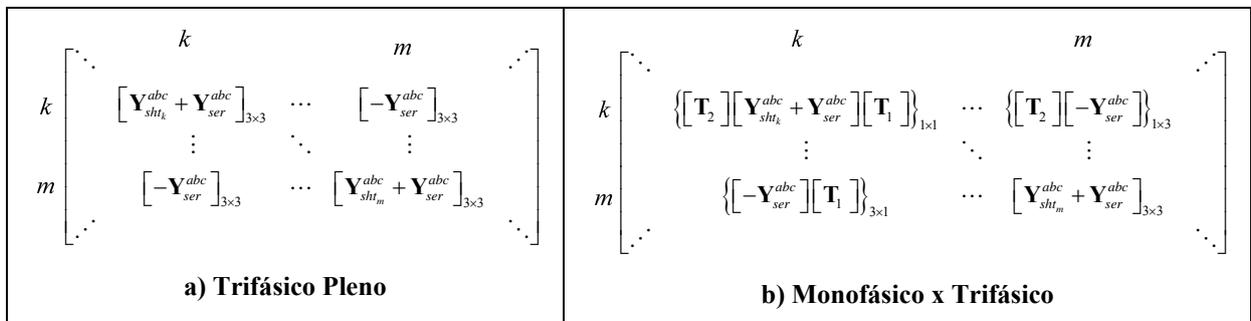


Figura 3 – Contribuições do Elemento de Interface para a Matriz  $\mathbf{Y}_{barra}$

As expressões (1),(2) e (7),(8) também podem ser aplicadas para elementos de interface que introduzem deslocamento angular, tal como transformadores  $\Delta$ -Y. Neste caso, a admitância  $\mathbf{Y}_{ser}^{abc}$  assume valores diferentes quando visto pela barra  $k$  ou pela barra  $m$  [12].

As expressões (7) e (8) são utilizadas para calcular as contribuições do elemento  $\pi$  para os resíduos de corrente  $\Delta I_k^{pos}$  e  $\Delta \mathbf{I}_m^{abc}$  nas barras  $k$  e  $m$ , respectivamente. Estes resíduos são utilizados na solução do fluxo de potência pelo método de Newton-Raphson clássico.

### 3.2. Contribuições para a Matriz Jacobiana

Linearizando (1) e (2), obtém-se:

$$\Delta \mathbf{I}_k^{abc} = \mathbf{J}_{kk}^{abc} \Delta \mathbf{V}_k^{abc} + \mathbf{J}_{km}^{abc} \Delta \mathbf{V}_m^{abc} \quad (9)$$

$$\Delta \mathbf{I}_m^{abc} = \mathbf{J}_{mk}^{abc} \Delta \mathbf{V}_k^{abc} + \mathbf{J}_{mm}^{abc} \Delta \mathbf{V}_m^{abc} \quad (10)$$

onde tensões e correntes nas barras  $k$  e  $m$  estão agora separadas em componentes reais e imaginários, como mostrado em (11) e (12):

$$\Delta \mathbf{I}_i^{abc} = \begin{bmatrix} I_{re_i}^a & I_{im_i}^a & I_{re_i}^b & I_{im_i}^b & I_{re_i}^c & I_{im_i}^c \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

$$\Delta \mathbf{V}_i^{abc} = \begin{bmatrix} V_{re_i}^a & V_{im_i}^a & V_{re_i}^b & V_{im_i}^b & V_{re_i}^c & V_{im_i}^c \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

para  $i = k, m$ . Os blocos matriciais  $\mathbf{J}_{kk}^{abc}$ ,  $\mathbf{J}_{km}^{abc}$ ,  $\mathbf{J}_{mk}^{abc}$  e  $\mathbf{J}_{mm}^{abc}$  são as contribuições do elemento  $\pi$  para a matriz jacobiana. Para injeções de corrente e tensões em coordenadas retangulares, eles são da forma:

$$\mathbf{J}_{ij}^{abc} = \begin{bmatrix} G^{aa} & -B^{aa} & G^{ab} & -B^{ab} & G^{ac} & -B^{ac} \\ B^{aa} & G^{aa} & B^{ab} & G^{ab} & B^{ac} & G^{ac} \\ G^{ba} & -B^{ba} & G^{bb} & -B^{bb} & G^{bc} & -B^{bc} \\ B^{ba} & G^{ba} & B^{bb} & G^{bb} & B^{bc} & G^{bc} \\ G^{ca} & -B^{ca} & G^{cb} & -B^{cb} & G^{cc} & -B^{cc} \\ B^{ca} & G^{ca} & B^{cb} & G^{cb} & B^{cc} & G^{cc} \end{bmatrix} \quad (13)$$

onde

$$G^{st} = \begin{cases} G_{ser}^{st} + G_{sh_i}^{st} & \text{para } i = j \\ -G_{ser}^{st} & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (14)$$

$$B^{st} = \begin{cases} B_{ser}^{st} + B_{sh_i}^{st} & \text{para } i = j \\ -B_{ser}^{st} & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (15)$$

Agora, linearizando (3) e (4), obtém-se:

$$\Delta \mathbf{V}_k^{abc} = \mathbf{T}_3 \Delta \mathbf{V}_k^{pos} \quad (16)$$

$$\Delta \mathbf{I}_k^{pos} = \mathbf{T}_4 \Delta \mathbf{I}_k^{abc} \quad (17)$$

onde

$$\Delta \mathbf{V}_k^{pos} = \begin{bmatrix} \Delta V_{re_k}^{pos} & \Delta V_{im_k}^{pos} \end{bmatrix}^T \quad (18)$$

$$\Delta \mathbf{I}_k^{pos} = \begin{bmatrix} \Delta I_{re_k}^{pos} & \Delta I_{im_k}^{pos} \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

$$\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_{re} & -a_{im} & a_{re} & a_{im} \\ 0 & 1 & a_{im} & a_{im} & -a_{im} & a_{re} \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

$$\mathbf{T}_4 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_{re} & -a_{im} & a_{re} & a_{im} \\ 0 & 1 & a_{im} & a_{im} & -a_{im} & a_{re} \end{bmatrix} \quad (21)$$

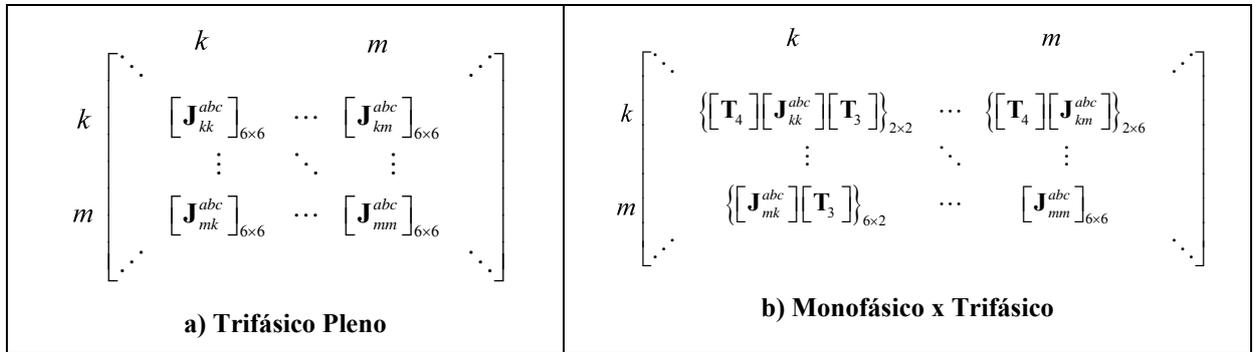
$$a_{re} = -\frac{1}{2}, \quad a_{im} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Substituindo (16) em (9) e (10), e tomando somente desvios de corrente de seqüência positiva  $\Delta \mathbf{I}_k^{\text{pos}}$  na barra  $k$ , os desvios de corrente se tornam:

$$\Delta \mathbf{I}_k^{\text{pos}} = \mathbf{T}_4 \mathbf{J}_{kk}^{\text{abc}} \mathbf{T}_3 \Delta \mathbf{V}_k^{\text{pos}} + \mathbf{T}_4 \mathbf{J}_{km}^{\text{abc}} \Delta \mathbf{V}_m^{\text{abc}} \quad (22)$$

$$\Delta \mathbf{I}_m^{\text{abc}} = \mathbf{J}_{mk}^{\text{abc}} \mathbf{T}_3 \Delta \mathbf{V}_k^{\text{pos}} + \mathbf{J}_{mm}^{\text{abc}} \Delta \mathbf{V}_m^{\text{abc}} \quad (23)$$

A Fig. 4a ilustra as contribuições do elemento  $\pi$  para a matriz jacobiana no caso de representação trifásica de toda a rede, enquanto que a Fig. 4b ilustra as contribuições para uma representação híbrida monofásica  $\times$  trifásica. Novamente, blocos retangulares  $2 \times 6$  e  $6 \times 2$  fazem o acoplamento entre a barra monofásica equivalente  $k$  e a barra trifásica  $m$ .



**Figura 4 – Contribuições do Elemento de Interface para a Matriz Jacobiana**

### 3.3. Formulação para Equações de Potência e Coordenadas Polares

Uma vez que a formulação com equações de potência e coordenadas retangulares de tensão é a mais comumente utilizada nos algoritmos convencionais de fluxo de potência de seqüência positiva, será mostrada a representação do elemento de interface considerando esta formulação no subsistema monofásico equivalente somente, incluindo a barra  $k$ . O sistema trifásico, incluindo a barra  $m$ , permanece com a formulação em injeções de corrente e coordenadas retangulares de tensão.

#### 3.3.1. Equações de Injeção de Potência

Se injeções de potência serão utilizadas na barra  $k$ , então (1), (4) e (7) devem ser substituídas pelas correspondentes equações de injeção de potência trifásica e de seqüência positiva. A equação de acoplamento similar a (4), agora utilizando injeções de potência na barra  $k$ , é dada por:

$$S_k^{\text{pos}} = \mathbf{T}_5 \mathbf{S}_k^{\text{abc}} \quad (24)$$

onde

$$S_k^{\text{pos}} = P_k^{\text{pos}} + jQ_k^{\text{pos}} \quad (25)$$

$$\mathbf{T}_5 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Linearizando (24), resulta em:

$$\Delta \mathbf{S}_k^{\text{pos}} = \mathbf{T}_6 \mathbf{L}_{kk}^{\text{abc}} \mathbf{T}_3 \Delta \mathbf{V}_k^{\text{pos}} + \mathbf{T}_6 \mathbf{L}_{km}^{\text{abc}} \Delta \mathbf{V}_m^{\text{abc}} \quad (27)$$

onde

$$\Delta \mathbf{S}_k^{\text{pos}} = \begin{bmatrix} \Delta P_k^{\text{pos}} & \Delta Q_k^{\text{pos}} \end{bmatrix}^T \quad (28)$$

$$\mathbf{T}_6 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

e os desvios de tensão  $\Delta \mathbf{V}_k^{pos}$  e  $\Delta \mathbf{V}_m^{abc}$  estão em coordenadas retangulares, conforme (18) e (12), respectivamente. Note que os blocos  $\mathbf{L}_{kk}^{abc}$  e  $\mathbf{L}_{km}^{abc}$  devem ser desenvolvidos para equações de potência e coordenadas retangulares.

### 3.3.2. Coordenadas Polares de Tensão

Se coordenadas polares de tensão forem empregadas na barra  $k$ , então a linearização de (1), (2) e (3) resulta em diferentes expressões para os blocos  $\mathbf{L}_{kk}^{abc}$  e  $\mathbf{J}_{mk}^{abc}$ , e para a matriz de acoplamento  $\mathbf{T}_3$ . Uma forma mais simples de tratar o problema consiste em utilizar somente expressões para coordenadas retangulares e aplicar uma transformação de coordenadas de tensão.

Considere a tensão na barra  $k$  dada por:

$$\begin{bmatrix} V_{re_k} \\ V_{im_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_k \cos \theta_k \\ V_k \sin \theta_k \end{bmatrix} \quad (30)$$

Linearizando (30), resulta em:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{re_k} \\ \Delta V_{im_k} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{V_k} \begin{bmatrix} \Delta V_k \\ \Delta \theta_k \end{bmatrix} \quad (31)$$

onde

$$\mathbf{T}_{V_k} = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & -V_k \sin \theta_k \\ \sin \theta_k & V_k \cos \theta_k \end{bmatrix} \quad (32)$$

Substituindo (31) em (27) e (23), pode ser observado que a matriz de transformação de coordenadas de tensão  $\mathbf{T}_{V_k}$  pode também ser incluída na matriz jacobiana. Ela deve pós-multiplicar os blocos na coluna correspondente à barra  $k$ , tal como mostrado na Fig. 5.

$$\begin{matrix} & & k & & m & & \\ & & & & & & \\ k & \begin{bmatrix} \ddots & & & & & & \ddots \\ & \{ [\mathbf{T}_6] [\mathbf{L}_{kk}^{abc}] [\mathbf{T}_3] [\mathbf{T}_{V_k}] \}_{2 \times 2} & \cdots & \{ [\mathbf{T}_6] [\mathbf{L}_{km}^{abc}] \}_{2 \times 6} & & \\ & \vdots & \ddots & \vdots & & \\ & \{ [\mathbf{J}_{mk}^{abc}] [\mathbf{T}_3] [\mathbf{T}_{V_k}] \}_{6 \times 2} & \cdots & [\mathbf{J}_{mm}^{abc}]_{6 \times 6} & & \\ & \ddots & & & & \ddots \end{bmatrix} & & & & & \\ m & & & & & & \\ & & & & & & \end{matrix}$$

Figura 5 – Contribuições do Elemento de Interface para a Matriz Jacobiana

## 4. Representação de Equivalentes Não-Ideais

Se as admitâncias equivalentes  $Y_{nrt}^{neg}$  e  $Y_{nrt}^{zer}$  forem conhecidas e significativas para a precisão dos resultados, seus efeitos podem ser incluídos diretamente nas admitâncias do elemento  $\pi$ . Em componentes de fase, o equivalente Norton da rede monofásica equivalente, visto pela barra  $k$ , é dado por:

$$\mathbf{Y}_{nrt}^{abc} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} Y_{nrt}^{zer} & & \\ & Y_{nrt}^{pos} & \\ & & Y_{nrt}^{neg} \end{bmatrix} \mathbf{T}^{-1} \quad (33)$$

onde  $\mathbf{T}$  é a matriz de transformação para componentes simétricos. A matriz  $\mathbf{Y}_{nrt}^{abc}$  deve ser combinada com as matrizes de admitâncias do elemento  $\pi$  e transferidas para a barra  $m$ , onde deve ser conectada como um elemento shunt. Somente os componentes de seqüência negativa e zero devem ser considerados, pois a seqüência positiva é modelada em toda a rede elétrica. De forma análoga, somente componentes de seqüência positiva devem ser considerados em  $\mathbf{Y}_{ser}^{abc}$ , pois a barra  $k$  está implicitamente aterrada para as seqüências negativa e zero, quando visto pela barra  $m$ .

Considere agora as matrizes definidas em (34) e (35). Elas representam “filtros” para as impedâncias de seqüência negativa/zero e positiva, respectivamente:

$$\mathbf{F}^{neg-zer} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 0 & \\ & & 1 \end{bmatrix} \mathbf{T}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -a & -a^2 \\ -a^2 & 2 & -a \\ -a & -a^2 & 2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\mathbf{F}^{pos} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 1 & \\ & & 0 \end{bmatrix} \mathbf{T}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ a^2 & 1 & a \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

O procedimento para incluir o efeito de  $Y_{nrt}^{neg}$  e  $Y_{nrt}^{zer}$  finitos pode ser escrito da forma:

- i. Na barra  $m$ , adicione em paralelo com  $\mathbf{Y}_{sht_m}^{abc}$  a matriz admitância equivalente referida à barra  $m$  e filtrada para os componentes de seqüência negativa e zero, isto é:

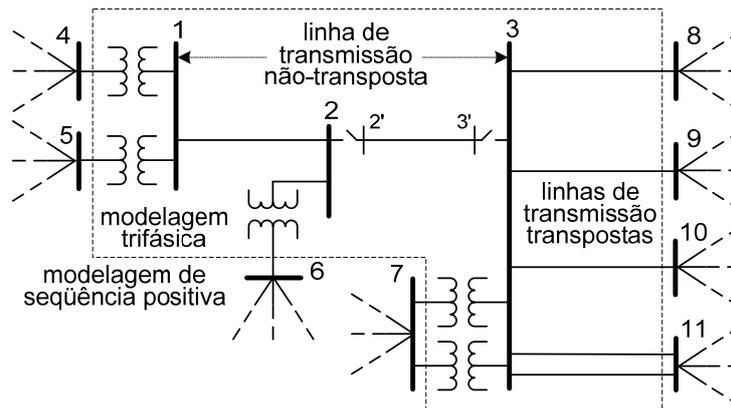
$$\mathbf{F}^{neg-zer} \left[ \left( \mathbf{Y}_{nrt}^{abc} + \mathbf{Y}_{sht_k}^{abc} \right)^{-1} + \left( \mathbf{Y}_{ser}^{abc} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (36)$$

- ii. Aplique o filtro de seqüência positiva na matriz admitância  $\mathbf{Y}_{ser}^{abc}$ , isto é, pré-multiplique  $\mathbf{Y}_{ser}^{abc}$  por  $\mathbf{F}^{pos}$ .

Este procedimento requer, no entanto, que o elemento  $\pi$  seja realizável, ou de forma equivalente, que tenha uma matriz  $\mathbf{Y}_{ser}^{abc}$  inversível. Isto significa que ele não pode ser aplicado quando o elemento de interface introduz deslocamentos angulares, como por exemplo transformadores com conexão  $\Delta$ -Y. Para contornar este problema, a interface deve ser realocada num ramo adjacente.

## 5. Resultados

A formulação proposta foi avaliada num sistema de 1916 barras, derivado do Sistema Sul-Sudeste Brasileiro. O objetivo da análise está no desbalanço introduzido por uma linha de transmissão EAT não-transposta, e também para uma condição de defeito. A Fig. 6 mostra a parte de interesse do sistema. Note que existem dez pontos de interface entre o subsistema com modelagem trifásica e o subsistema monofásico equivalente. Equações de potência são empregadas no subsistema monofásico, e equações de corrente no sistema trifásico.



**Figura 6 - Sistema 1916 Barras**

No caso de múltiplos elementos de interface, equivalentes não-ideais não podem ser plenamente considerados, porque a aplicação do teorema de Norton generalizado resulta não somente em admitâncias shunt, mas também em admitâncias série conectadas nas barras de interface. Portanto, iremos focar a análise na aplicabilidade e robustez da formulação em uma sistema real de grandes dimensões incluindo diversos elementos de interface. Uma melhor aproximação pode ser obtida aumentando-se o subsistema representado por modelos trifásicos.

A Tabela I mostra as magnitudes das tensões nas barras trifásicas (1 a 3) e nas barras de interface (4 a 11), para duas condições operacionais do circuito 2-3. Na primeira condição, o sistema opera em condições normais, com as chaves 2-2' e 3-3' fechadas e desbalanço introduzido somente pela LT não-transposta. Na segunda condição, somente a fase *a* está aberta nas chaves 2-2' e 3-3', representando uma condição de abertura monopolar. Note que a análise de abertura monopolar é simples e imediata em componentes de fase, porém muito complexa em componentes simétricos.

**Tabela I – Tensões nas Barras (em pu)**

| Barra | Condição Normal |       |       |           | Condição de Defeito |       |       |           |
|-------|-----------------|-------|-------|-----------|---------------------|-------|-------|-----------|
|       | $V_a$           | $V_b$ | $V_c$ | $V_{pos}$ | $V_a$               | $V_b$ | $V_c$ | $V_{pos}$ |
| 1     | 1,015           | 1,011 | 1,008 |           | 1,012               | 1,002 | 0,986 |           |
| 2     | 0,985           | 0,985 | 0,983 |           | 0,962               | 0,971 | 0,922 |           |
| 2'    | -               | -     | -     |           | 0,181               | 0,971 | 0,922 |           |
| 3'    | -               | -     | -     |           | 0,137               | 0,929 | 0,930 |           |
| 3     | 0,990           | 0,994 | 1,000 |           | 0,939               | 0,929 | 0,930 |           |
| 4     |                 |       |       | 1,005     |                     |       |       | 0,994     |
| 5     |                 |       |       | 1,000     |                     |       |       | 0,988     |
| 6     |                 |       |       | 1,008     |                     |       |       | 0,980     |
| 7     |                 |       |       | 0,979     |                     |       |       | 1,037     |
| 8     |                 |       |       | 1,029     |                     |       |       | 0,985     |
| 9     |                 |       |       | 1,054     |                     |       |       | 1,020     |
| 10    |                 |       |       | 0,993     |                     |       |       | 0,932     |
| 11    |                 |       |       | 1,003     |                     |       |       | 0,941     |

A Tabela II mostra a magnitude de corrente nas três fases dos elementos com modelagem trifásica, para as mesmas condições da Tabela I. A Tabela III mostra uma comparação das características de convergência entre a solução convencional de seqüência positiva e com o algoritmo proposto. Ela mostra os resíduos de potência ativa e reativa na Barra 4 de interface, para a condição normal de operação. Note que a característica de convergência quadrática do algoritmo de Newton-Raphson é plenamente preservada com formulação proposta.

**Tabela II – Correntes nos circuitos (em Ampères)**

| Circuito | Condição Normal |       |       |           | Condição de Defeito |       |       |           |
|----------|-----------------|-------|-------|-----------|---------------------|-------|-------|-----------|
|          | $I_a$           | $I_b$ | $I_c$ | $I_{pos}$ | $I_a$               | $I_b$ | $I_c$ | $I_{pos}$ |
| * 1 - 2  | 1497            | 1634  | 1490  | 1538      | 962                 | 1651  | 1565  | 1373      |
| * 2 - 3  | 1595            | 1746  | 1595  | 1642      | 0                   | 2082  | 2005  | 1307      |
| 3 - 8    | 1203            | 1181  | 1204  | 1196      | 1577                | 1323  | 1337  | 1410      |
| 3 - 9    | 1234            | 1214  | 1234  | 1227      | 1631                | 1407  | 1416  | 1483      |
| 3 - 10   | 1303            | 1353  | 1318  | 1324      | 1072                | 1523  | 1570  | 1380      |
| 3 - 11   | 1070            | 1100  | 1081  | 1083      | 942                 | 1198  | 1237  | 1122      |
| 3 - 11   | 1368            | 1407  | 1383  | 1386      | 1207                | 1536  | 1577  | 1435      |
| 1 - 4    | 1029            | 1100  | 1027  | 1051      | 709                 | 1081  | 1013  | 926       |
| 1 - 5    | 478             | 545   | 476   | 498       | 232                 | 594   | 536   | 439       |
| 2 - 6    | 143             | 157   | 144   | 147       | 932                 | 471   | 439   | 66        |
| 3 - 7    | 126             | 137   | 135   | 132       | 31                  | 206   | 201   | 136       |
| 3 - 7    | 126             | 137   | 135   | 132       | 31                  | 206   | 201   | 136       |

\* Linha de Transmissão não-transposta

**Tabela III – Característica de Convergência**

| Iteração | Todo Monofásico        |                        | Trifásico × Monofásico |                        |
|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|          | $\Delta P_4$ (MVar)    | $\Delta Q_4$ (MVar)    | $\Delta P_4$ (MVar)    | $\Delta Q_4$ (MVar)    |
| 0        | $0,381 \times 10^1$    | $0,657 \times 10^2$    | $0,381 \times 10^1$    | $0,657 \times 10^2$    |
| 1        | $0,406 \times 10^2$    | $0,124 \times 10^2$    | $0,471 \times 10^2$    | $0,153 \times 10^2$    |
| 2        | $0,805 \times 10^0$    | $0,217 \times 10^1$    | $0,381 \times 10^0$    | $0,263 \times 10^1$    |
| 3        | $0,298 \times 10^{-1}$ | $0,892 \times 10^{-1}$ | $0,459 \times 10^{-1}$ | $0,846 \times 10^{-1}$ |
| 4        | $0,542 \times 10^{-3}$ | $0,621 \times 10^{-3}$ | $0,602 \times 10^{-3}$ | $0,452 \times 10^{-3}$ |
| 5        | $0,484 \times 10^{-6}$ | $0,266 \times 10^{-6}$ | $0,353 \times 10^{-6}$ | $0,104 \times 10^{-6}$ |

Embora aproximados, os resultados por fase na parte de interesse foram obtidos com poucos dados adicionais: parâmetros por fase para a LT não-transposta, parâmetros de seqüência zero para as linhas transpostas (convertidos internamente para parâmetros por fase), e tipos de conexão dos transformadores. Para este exemplo, o aumento no esforço computacional pode ser considerado insignificante: o sistema de equações foi aumentado de 1916 nós para 1922 ( $1913 + 3 \times 3$ ) nós, acrescido das operações de multiplicação matricial dos operadores  $\mathbf{T}_3$ ,  $\mathbf{T}_6$  e  $\mathbf{T}_{V_k}$  sobre os blocos de interface na matriz jacobiana.

## 6. Conclusões

Este artigo apresentou o desenvolvimento de uma formulação híbrida que unifica as formulações de seqüência positiva e trifásica, resolvida pelo método de Newton-Raphson clássico com coaracterística de convergência quadrática. Um elemento de interface que pode ser representado em componentes simétricos ou de fase foi proposto.

A presente formulação pode ser naturalmente estendida para acomodar a transformação completa seqüência-fase em (3)–(4), (7)–(8) e (22)–(23), retendo-se na barra  $k$  os nós de seqüência negativa e zero. Isto permite modelar parte do sistema em componentes simétricos e parte em componentes de fase, ou ainda incluir equivalentes externos multi-terminais nas barras de interface.

Embora o artigo tenha focado no problema de fluxo de potência, a interface proposta com solução por Newton-Raphson permite a extensão da formulação para simulações no domínio do tempo. Em nossa opinião, é nesta aplicação que ela encontra sua maior motivação, seja por redução do esforço computacional ou por redução da complexidade de modelagem que se obtém ao limitar a modelagem

trifásica à região de interesse. Ela encontra-se implementada num simulador experimental para análise dinâmica de curta ou longa duração [15].

## BIBLIOGRAFIA

- [1] W. F. Tinney and C. E. Hart, "Power flow solution by Newton's method," IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-86, pp. 1449–1459, Nov. 1967.
- [2] B. Stott and O. Alsac, "Fast decoupled load flow," IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-93, pp. 859–869, May 1974.
- [3] C. S. Cheng and D. Shirmohammadi, "A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis," IEEE Trans. Power Syst., vol. 10, no. 2, pp. 671–679, May 1995.
- [4] X.-P. Zhang and H. Chen, "Asymmetrical three-phase load-flow study based on symmetrical component theory," Proc. Inst. Elect. Eng., Gen., Transm., Distrib., vol. 141, no. 3, pp. 248–252, May 1994.
- [5] X.-P. Zhang, "Fast three-phase load flow methods," IEEE Trans. Power Syst., vol. 11, no. 3, pp. 1547–1554, Aug. 1996.
- [6] B. C. Smith and J. Arrillaga, "Improved three-phase load flow using phase and sequence components," Proc. Inst. Elect. Eng., Gen., Transm., Distrib., vol. 145, no. 3, pp. 245–250, May 1998.
- [7] W.-M. Lin, Y.-S. Su, H.-C. Chin, and J.-H. Teng, "Three-phase unbalanced distribution power flow solutions with minimum data preparation," IEEE Trans. Power Syst., vol. 14, no. 3, pp. 1178–1183, Aug. 1999.
- [8] P. A. N. Garcia, J. L. R. Pereira, S. Carneiro Jr., V. M. da Costa, and N. Martins, "Three-phase power flow calculations using the current injection method," IEEE Trans. Power Syst., vol. 15, no. 2, pp. 508–514, May 2000.
- [10] J.-H. Teng and C.-Y. Chang, "A novel and fast three-phase load flow for unbalanced radial distribution systems," IEEE Trans. Power Syst., vol. 17, no. 4, pp. 1238–1244, Nov. 2002.
- [11] O. Fillatre et al., "A powerful tool for dynamic simulation of unbalanced phenomena," in Proc. Advances in Power System Control, Operation and Management, 1997 – APSCOM-97, Nov. 11–14, 1997, vol. 2, pp. 526–531.
- [12] J. Arrillaga, C. P. Arnold, and B. J. Harker, Computer Modelling of Electrical Power Systems. New York: Wiley, 1983.
- [13] T. H. Chen, M. S. Chen, T. Inoue, P. Kotas, and E. A. Chebli, "Threephase cogenerator and transformer models for distribution system analysis," IEEE Trans. Power Del., vol. 6, no. 4, pp. 1671–1681, Oct. 1991.
- [14] W. H. Kersting, "Radial distribution test feeders," Proceedings of IEEE Power Eng. Soc. Winter Meeting, Jan.-Feb. 28–1, 2001, vol. 2, pp. 908–912.
- [15] J. M. T. Marinho, *Simulação em Sistemas de Energia Elétrica com Modelagem Flexível – Monofásica e Trifásica*, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008.