

1. Seja a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

- (a) Quais são os autovalores?
- (b) Quantos autovetores linearmente independentes existem?
- (c) Quantos são os autovetores generalizados?

2. Calcule os autovalores e autovetores e utilize uma transformação de similaridade para diagonalizar a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}.$$

3. Calcule os autovalores e autovetores e a forma de Jordan para

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. Mostre que para o bloco de Jordan

$$J = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

tem-se que

$$e^{Jt} = \begin{bmatrix} e^{\lambda t} & te^{\lambda t} & \frac{1}{2}t^2e^{\lambda t} \\ 0 & e^{\lambda t} & te^{\lambda t} \\ 0 & 0 & e^{\lambda t} \end{bmatrix}.$$

5. Calcule os autovetores de

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

6. Dadas:

$$A = 0.5 \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix},$$

determine se A e B são matrizes similares.

7. Determine e^{At} para as seguintes matrizes:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$(d) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

8. Determine a solução da seguinte equação diferencial

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} x(t),$$

onde $x(0) = [0 \ 1]^T$.

9. Prove que

$$e^{(TAT^{-1})t} = Te^{At}T^{-1}.$$

10. Determine a saída $y(t)$ dos sistemas descritos pelos modelos de estado abaixo. Em todos os casos, o estado inicial é $x(0) = [1 \ 1]^T$ e a entrada $u(t)$ é um degrau unitário.

(a)

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} x(t).$$

(b)

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1/3 & 2/3 \\ -5/3 & -1/3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} x(t).$$
